

TEMA 1

PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA

TABLAS

PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

matemáticasweb.com

matematicasweb.com

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Ejemplo 1:

En una sala de cine han asistido a ver una película 127 personas y la recaudación ha sido de 635 €. ¿Cuánto se habrá recaudado en la siguiente sesión si han asistido 249 personas?

Proporcionalidad Video 01



Estamos relacionando dos magnitudes:

- Las personas que asisten a una sesión de cine
- La recaudación correspondiente a esa sesión.

La relación entre estas dos magnitudes es la siguiente:

- Si asistieran **el doble** de personas la recaudación sería **el doble**.
- Si asistieran **el triple** de personas la recaudación sería **el triple**,...

y viceversa

- Si asistiera **la mitad** de personas, la recaudación sería **la mitad**,....

Esto es lo que caracteriza a la **proporcionalidad directa**. Una vez que sabemos que estas dos magnitudes, entre sí, son directamente proporcionales ¿Cómo calcularíamos lo que nos pregunta en el enunciado del ejemplo?

Con una **regla de 3 directa**.

<u>Nº Asistentes</u>		<u>Recaudación</u>
127 personas	_____	635 €
249 personas	_____	x €

$$x = \frac{249 \cdot 635}{127}$$

$$x = 1.245 \text{ €}$$

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Ejemplo 2:

Un vehículo viaja entre 2 ciudades a una media de 60 km/h y tarda 6 horas. ¿Cuánto tardará si viaja a una velocidad de 90 km/h?



Estamos relacionando dos magnitudes:

- La velocidad a la que viaja el vehículo
- El tiempo que se tarda en hacer el viaje.

La relación entre estas dos magnitudes es la siguiente:

- Si el vehículo viajara **al doble** de velocidad, el tiempo que tardaría sería **la mitad**.
- Si el vehículo viajara **al triple** de velocidad, el tiempo que tardaría sería **una tercera parte, ...**

y viceversa

- Si el vehículo viajara **a la mitad** de velocidad, el tiempo que tardaría sería **el doble, ...**

Esto es lo que caracteriza a la **proporcionalidad inversa**. Una vez que sabemos que estas dos magnitudes, entre sí, son inversamente proporcionales ¿Cómo calcularíamos lo que nos pregunta en el enunciado del ejemplo?

Con una **regla de 3 inversa**.

<u>Velocidad</u>		<u>Tiempo de viaje</u>
60 km/h	_____	6 horas
90 km/h	_____	x horas

$$x = \frac{60 \cdot 6}{90}$$

$$x = 4 \text{ horas}$$

Observación:

Observad que según la regla de 3 sea inversa o directa los cálculos se hacen de distinta manera. Así que es importante identificar el tipo de proporcionalidad que se plantea en el problema para realizar los cálculos correctamente.

Ejercicios:

- Indica si hay proporcionalidad directa, inversa o si no hay ninguna proporcionalidad:
 - Cantidad de personas que viajan en un autobús y dinero recaudado.
 - Velocidad media de un ciclista y distancia recorrida.
 - Número de vueltas que da una rueda para recorrer una distancia y diámetro de la rueda.
 - Número de comensales para zamparse una tarta y cantidad que corresponde a cada uno.
 - Tiempo que tarda un balón en caer al suelo y altura desde la que se lanza.
 - Número de horas que está encendida una bombilla y gasto que ocasiona.
 - Numero de goles marcados por un equipo y partidos ganados.
 - Horas de estudio para un examen y nota que se obtiene.
- ¿En qué casos de los siguientes las magnitudes son directa o inversamente proporcionales?
 - Velocidad de un coche y tiempo empleado en hacer un recorrido.
 - Peso de carne y precio a pagar por ella.
 - Espacio recorrido por un coche y tiempo empleado en recorrerlo.
 - Número de pintores y tiempo empleado en pintar una valla.
 - Número de desagües de un depósito y tiempo empleado en vaciarlo.
- Di si los pares de magnitudes siguientes son directa o inversamente proporcionales.
 - El tiempo de funcionamiento de una máquina y la cantidad de electricidad que consume.
 - En las taquillas de un estadio deportivo, el número de ventanillas abiertas y el tiempo de espera en la cola.
- Cuatro amigos se reparten el alquiler de un apartamento de verano. Cada uno paga 375 euros. Si se uniesen 2 amigos más, ¿cuánto pagaría cada uno?
- Marta ha cobrado por repartir propaganda durante cinco días 126 €. ¿Cuántos días deberá trabajar para cobrar 340,2 €?
- En un plano de una ciudad, una calle de 350 metros de longitud mide 2,8 cm. ¿Cuánto medirá sobre ese mismo plano otra calle de 200 metros?
- En una panadería, con 80 kilos de harina hacen 120 kilos de pan. ¿Cuántos kilos de harina serían necesarios para hacer 99 kilos de pan?
- Una piscina portátil ha tardado en llenarse seis horas utilizando cuatro grifos iguales. ¿Cuántos grifos, iguales a los anteriores, serían necesarios para llenarla en 2 horas?
- Para construir una casa en ocho meses han sido necesarios seis albañiles. ¿Cuántos habrían sido necesarios para construir la casa en tan sólo tres meses?
- En una fábrica automovilística, una máquina pone, en total, 15.000 tornillos en las 8 horas de jornada laboral, funcionando de forma ininterrumpida. ¿Cuántos tornillos pondrá en 3 horas?
- Después de una fuerte tormenta, dos autobombas han tardado 6 horas en desaguar un garaje que se había anegado. ¿Cuántas horas se hubiera tardado utilizando sólo 3 autobombas?
- Un automóvil ha tardado en hacer el recorrido Madrid-Zaragoza tres horas y cuarto a una media de 100 km/h. ¿Cuánto tardará un autobús a una media de 90 km/h?

13. Un coche ha tardado 42 minutos en recorrer 70 km. Suponiendo que va a la misma velocidad, contesta a las siguientes cuestiones:
a) ¿Cuánto tardará en recorrer 150 km?
b) ¿Cuántos kilómetros recorrerá en dos horas y cuarto?
14. 35 ordenadores valen 42.000 euros. ¿Cuánto valen 40 ordenadores? ¿Cuánto vale 1 ordenador?
15. En una hora realizo 12 ejercicios, ¿Cuánto tardo en realizar 51 ejercicios?
16. Nueve trabajadores cargan un camión en 2 horas. ¿Cuánto tardan seis trabajadores?
17. Para recorrer los 360 km que hay entre Madrid y Valencia un coche tardó 3 horas a una velocidad de 120 km/h. Si disminuye la velocidad a 100 km/h, ¿cuánto tardará?
18. En un taller de confección, si se trabajan 8 horas diarias se tardan 6 días en servir un pedido. ¿Cuánto se tardará en servir el pedido si se trabajan 12 horas diarias?
19. Si 400 gramos de salmón ahumado cuestan 12 euros, ¿cuánto pagaré por 1,5 kg?
20. El coche recorre 309 km en 3 horas ¿cuántos kilómetros recorre en 7 horas?, ¿y en una hora?
21. Por tres horas de trabajo, Pedro ha cobrado 60 euros. ¿Cuánto cobrará por 8 horas?
22. Tres obreros descargan un camión en dos horas. ¿Cuánto tardarán con la ayuda de dos obreros más?
23. Una moto va a 50 km/h y tarda 40 minutos en cubrir cierto recorrido. ¿Cuánto tardará un coche a 120 Km/h?
24. Una máquina embotelladora llena 240 botellas en 20 minutos. ¿Cuántas botellas llenará en hora y media?
25. Un camión que carga 3 toneladas necesita 15 viajes para transportar cierta cantidad de arena. ¿Cuántos viajes necesitará para hacer transportar la misma arena un camión que carga 5 toneladas?
26. Un ganadero tiene 20 vacas y pienso para alimentarlas durante 30 días. ¿Cuánto tiempo le durará el pienso si se mueren 5 vacas?
27. Un edificio es construido por una cuadrilla de 15 albañiles en 200 días. ¿Cuántos albañiles tendré que añadir a la cuadrilla para poder terminar el trabajo en 150 días?
28. Un agricultor labra una determinada superficie en 12 horas utilizando dos tractores. ¿Cuánto tardará en labrarla si utiliza tres tractores?
29. Un taller de ebanistería, si trabaja 8 horas diarias, puede servir un pedido en 6 días. ¿Cuántas horas diarias deberá trabajar para servir el pedido en 4 días?
30. Tardo 12 días en acabar un libro, leyendo 10 páginas al día, ¿cuánto tardaré si leo 15 páginas al día?
31. Luis tiene una explotación de patatas. Entre 12 trabajadores tardan 10 días en recoger la cosecha. Si necesita recogerlas en 6 días ¿a cuántos más trabajadores debe contratar?

TABLAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Ejemplo 3:

Proporcionalidad Video 03



En el ejemplo 1 de la primera página, al dueño de la sala de cine le interesa calcular la misma situación en cada sesión de cine. Si bien el planteamiento de la regla de 3 no requiere muchos cálculos, ¿Es posible hacerlos más rápidamente?

- Supongamos que en otras 3 sesiones han asistido 321, 176 y 592 personas.
- Y en otras 3 sesiones se han recaudado 1.385 €, 2.045 € y 3.270 €.

Recaudación	635 €	x_1	x_2	x_3	1385 €	2045 €	3270 €
Asistencia	127 per.	321 per.	176 per.	592 per.	x_4	x_5	x_6

Para poder resolver estas 6 cuestiones, nos vamos a fijar en lo siguiente:

En el contexto de nuestro ejemplo, sabemos que si asisten 127 personas recaudamos 635 €. Si realizamos la división entre estas cantidades resulta:

$$\boxed{\frac{635}{127} = 5}$$

Y el significado de este valor es el precio de la entrada. Por tanto, para calcular lo que nos falta en la tabla debemos hacer lo siguiente:

- **Para calcular la recaudación multiplicamos los asistentes por 5.**

$$\boxed{x_1 = 321 \cdot 5 = 1605 \text{ €}}$$

$$\boxed{x_2 = 176 \cdot 5 = 880 \text{ €}}$$

$$\boxed{x_3 = 592 \cdot 5 = 2.960 \text{ €}}$$

- **Para calcular la asistencia dividimos la recaudación entre 5.**

$$\boxed{x_4 = \frac{1385}{5} = 277 \text{ pers.}}$$

$$\boxed{x_5 = \frac{2045}{5} = 409 \text{ pers.}}$$

$$\boxed{x_6 = \frac{3270}{5} = 654 \text{ pers.}}$$

Y de esta manera calculamos lo que nos piden de forma muy rápida.

Proporcionalidad Video 04



Ejercicio: Completa las siguientes tablas de magnitudes directamente proporcionales:

Precio Total	5,40 €		7,20 €		11,52 €
Kg de fruta	3 Kg	8 Kg		2,250 kg	

Días de trabajo	5	2		3,5	
Salario ganado	213,75 €		342 €		245,81 €

TABLAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

Ejemplo 4: Seguimos ahora con el ejemplo 2 de proporcionalidad inversa. Supongamos que queremos calcular:



- cuánto se tarda si viajamos a velocidades de 80 km/h, de 100 km/h o de 120 km/h.
- Qué velocidad hemos llevado si hemos tardado 8 horas, 2 horas o 5 horas.

Velocidad	60 km/h	80 km/h	100 km/h	120 km/h	x_4	x_5	x_6
Tiempo	6 horas	x_1	x_2	x_3	8 horas	2 horas	5 horas

Para poder resolver estas 6 cuestiones, necesitamos utilizar la fórmula siguiente:

$$e = v \cdot t$$

Como sabemos que si vamos a 60 km/h tardamos 6 horas, calculamos la distancia con la fórmula:

$$e = 60 \cdot 6 = 360 \text{ km distancia total}$$

Y ahora sabiendo esto, podemos calcular los datos que nos piden en el enunciado, utilizando las “variantes” de la fórmula del espacio, velocidad y tiempo:

$$v = \frac{e}{t} \quad t = \frac{e}{v}$$

- Para calcular el tiempo, dividimos 360 entre la velocidad.

$$x_1 = \frac{360}{80} = 4,5 \text{ horas}$$

$$x_2 = \frac{360}{100} = 3,6 \text{ horas}$$

$$x_3 = \frac{360}{120} = 3 \text{ horas}$$

- Para calcular la velocidad, dividimos 360 entre el tiempo.

$$x_4 = \frac{360}{8} = 45 \text{ km/h}$$

$$x_5 = \frac{360}{2} = 180 \text{ km/h}$$

$$x_6 = \frac{360}{5} = 72 \text{ km/h}$$

Ejercicio: Completa las siguientes tablas de magnitudes inversamente proporcionales:



Nº trabajadores	3	8		9	
Días para realizar un trabajo	40 días		30 días		20 días

Nº de personas que compartimos local	8	10		15	
Dinero que debe pagar cada persona	45 €		30 €		18 €

PROPORCIONALIDAD COMPUESTA

Ejemplo 5:

Diez agricultores siembran un terreno de 10.000 metros cuadrados en 9 días.
¿Cuántos días tardarán 12 trabajadores en sembrar 15.000 metros cuadrados?

Proporcionalidad Video 07



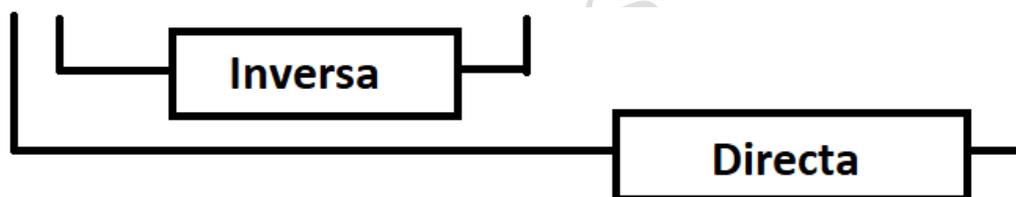
Tenemos **tres magnitudes** en el problema, por eso lo llamamos **proporcionalidad compuesta**:

Número de agricultores ---- Superficie del terreno a sembrar ---- Número de días para sembrar

El primer paso es averiguar el tipo de proporcionalidad que existe entre la magnitud que queremos calcular (en este caso el número de días que necesito para sembrar) y las otras dos magnitudes:

- Si tengo el **doblo de agricultores** tardaré **la mitad de días** ➡ Prop. inversa.
- Si siembro el **doblo de terreno** tardaré el **doblo de días** ➡ Prop. directa.

Número de días	Agricultores	Superficie
X	12	15.000 m ²
9	10	10.000 m ²



Para calcular el valor de “X” hacemos lo siguiente:

Esta fracción, que contiene la incógnita, se mantiene en el mismo orden que en la tabla siempre.

Esta fracción **cambia** el orden de la tabla porque es **inversa**.

Esta fracción **no cambia** el orden de la tabla porque es **directa**.

$$\frac{X}{9} = \frac{10}{12} \cdot \frac{15.000}{10.000}$$

$$x = \frac{9 \cdot 10 \cdot 15.000}{12 \cdot 10.000}$$

$$x = 11,25 \text{ días}$$

Problemas de proporcionalidad compuesta.

1. Durante 30 días seis obreros han canalizado 150 metros de tubería para suministro de agua. ¿cuántos metros canalizarán 14 obreros en 24 días?
2. Los gastos de alimentación de 135 personas suponen 2.250 euros diarios. ¿Cuántas personas podrán alimentarse durante 90 días con 12.000 euros?
3. Una persona lee 2 horas diarias a razón de 5 páginas por hora, y tarda 15 días en leer un libro. Si leyese 3 horas diarias a razón de 8 páginas por hora, ¿Cuántos días tardaría?
4. El precio por transportar 1.500 kg de mercancía a una distancia de 100 km es de 80 euros. ¿Qué precio se pagará por transportar 4.500 kg a 250 km?
5. Ocho grifos abiertos 12 horas diarias han vertido agua por valor de 24 euros. ¿Qué coste de agua se tendrá con 12 grifos abiertos 15 horas diarias durante el mismo período de tiempo?
6. Una familia de 5 miembros puede mantenerse durante 8 meses con 5.000 euros. ¿Cuántas personas podría mantenerse durante 15 meses con 30.000 euros?
7. Para hacer una obra en 360 días hacen falta 30 obreros trabajando 8 horas diarias. ¿Cuántos días duraría la misma obra si hubiese 40 obreros trabajando 6 horas diarias?
8. Transportar 200 cajas a 450 km de distancia cuesta 300 euros. ¿Cuántas cajas pueden transportarse a 300 km por 350 euros?
9. Cinco grifos llenan un depósito de 20.000 litros en 10 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán ocho grifos iguales a los anteriores en llenar un depósito de 30.000 litros?
10. En una fábrica 5 máquinas llenan 7.200 envases en 6 horas. ¿Cuántos envases llenarán 7 máquinas en 8 horas?
11. Un crucero por el Mediterráneo para 200 personas durante 15 días necesita, para gastos de alojamiento y comida, 54.000 €. ¿Cuánto se gastará para alojar y alimentar a 250 personas durante 10 días?
12. Si 18 máquinas mueven 1.200 m^3 de tierra en 12 días, ¿cuántos días necesitarán 24 máquinas para mover 1.600 m^3 de tierra?
13. Un motor funcionando durante 10 días y trabajando 8 horas diarias ha originado un gasto de 1200 euros. ¿Cuánto gastará el motor funcionando 18 días a razón de 9 horas diarias?.
14. Con 15 máquinas de escribir durante 6 horas, se escriben 220 folios. ¿Cuantos folios se escribirán con 45 máquinas durante 12 horas?.
15. Un caminante recorre 120 Km. andando 8 horas diarias durante 5 días. ¿Cuántas horas necesitará para recorrer 129 Km en 12 días?
16. Un depósito puede suministrar 12 litros diarios de agua para 25 familias durante 150 días. ¿Cuántos litros podrán suministrar a 40 familias durante 200 días?

Proporcionalidad Video 08



Proporcionalidad Video 09



Proporcionalidad Video 10

